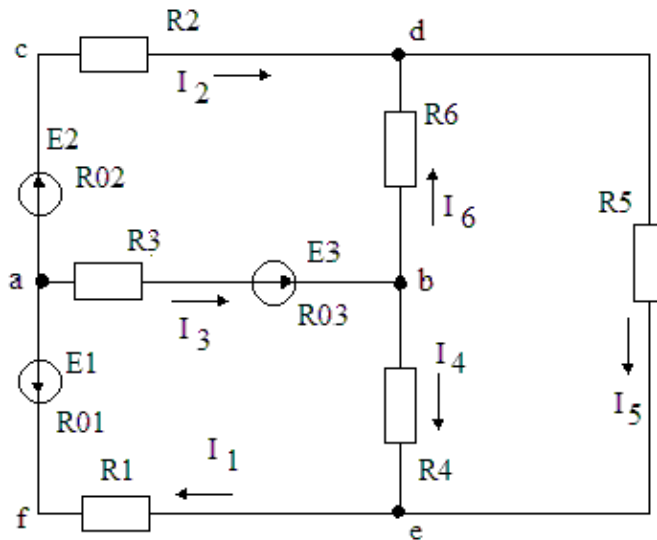


Задача 1 вариант 14

$E1 := 24 \text{ В}$ $E2 := 72 \text{ В}$ $E3 := 24 \text{ В}$

$R1 := 3 \text{ Ом}$ $R2 := 5 \text{ Ом}$ $R3 := 1 \text{ Ом}$ $R4 := 5 \text{ Ом}$ $R5 := 6 \text{ Ом}$ $R6 := 9 \text{ Ом}$

$R01 := 1 \text{ Ом}$ $R02 := 1 \text{ Ом}$ $R03 := 1 \text{ Ом}$



2) Для исходной схемы составим 6 ур-й по законам Кирхгофа, для 6-ти токов

$$I_2 \cdot (R02 + R2) - I_6 \cdot R6 - I_3 \cdot (R3 + R03) = E2 - E3 \quad (\text{верхний контур}) \quad (1)$$

$$-I_4 \cdot R4 + I_5 \cdot R5 + I_6 \cdot R6 = 0 \quad (\text{правый контур}) \quad (2)$$

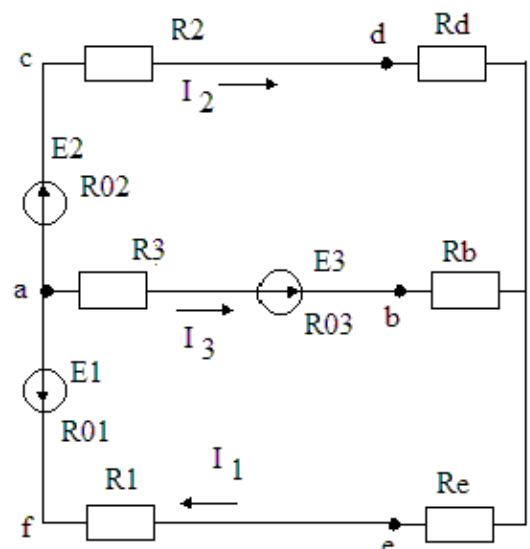
$$I_1 \cdot (R1 + R01) + I_3 \cdot (R3 + R03) + I_4 \cdot R4 = -E1 + E3 \quad (\text{нижний контур}) \quad (3)$$

$$I_5 + I_4 - I_1 = 0 \quad (\text{узел "e"}) \quad (4)$$

$$I_4 + I_6 - I_3 = 0 \quad (\text{узел "b"}) \quad (5)$$

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0 \quad (\text{узел "a"}) \quad (6)$$

3) Преобразуем схему до двухконтурной, заменив $\Delta R4 R5 R6$ звездой $Rd Rb Re$



$$R_b := \frac{R_4 \cdot R_6}{R_4 + R_5 + R_6} = \frac{5 \cdot 9}{5 + 6 + 9} \quad R_b = 2.25 \quad \text{Om}$$

$$R_d := \frac{R_6 \cdot R_5}{R_4 + R_5 + R_6} = \frac{6 \cdot 9}{5 + 6 + 9} \quad R_d = 2.7 \quad \text{Om}$$

$$R_e := \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5 + R_6} = \frac{5 \cdot 6}{5 + 6 + 9} \quad R_e = 1.5 \quad \text{Om}$$

4) Для преобразованной схемы составим 3 ур-я по законам Кирхгофа

$$I_2 \cdot (R_2 + R_{02} + R_d) - I_3 \cdot (R_3 + R_{03} + R_b) = E_2 - E_3 \quad (1) \quad \left\{ \begin{array}{l} I_2 \cdot 8.7 - I_3 \cdot 4.25 = 48 \\ I_1 \cdot 5.5 + I_3 \cdot 4.25 = 0 \\ I_1 - I_2 - I_3 = 0 \end{array} \right.$$

$$I_1 \cdot (R_1 + R_{01} + R_e) + I_3 \cdot (R_3 + R_{03} + R_b) = E_3 - E_1 \quad (2)$$

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0 \quad (3)$$

Решаем по формулам Крамера

Определитель матрицы коэффициентов

$$\Delta := \left| \begin{bmatrix} 0 & 8.7 & -4.25 \\ 5.5 & 0 & 4.25 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \right| \quad \Delta = 108.2$$

Заменяем в матрице столбец с неизвестными, столбцом свободных членов и вычисляем определители полученных матриц

$$\Delta_1 := \left| \begin{bmatrix} 48 & 8.7 & -4.25 \\ 0 & 0 & 4.25 \\ 0 & -1 & -1 \end{bmatrix} \right| \quad \Delta_1 = 204 \quad I_1 := \frac{\Delta_1}{\Delta} \quad I_1 = 1.885 \cdot \text{A}$$

$$\Delta_2 := \left| \begin{bmatrix} 0 & 48 & -4.25 \\ 5.5 & 0 & 4.25 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \right| \quad \Delta_2 = 468 \quad I_2 := \frac{\Delta_2}{\Delta} \quad I_2 = 4.325 \cdot \text{A}$$

$$\Delta_3 := \left| \begin{bmatrix} 0 & 8.7 & 48 \\ 5.5 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \right| \quad \Delta_3 = -264 \quad I_3 := \frac{\Delta_3}{\Delta} \quad I_3 = -2.44 \cdot \text{A}$$

Решение : $I_1 = 1.885 \quad I_2 = 4.325 \quad I_3 = -2.44$

5) Остальные токи рассчитаем, используя уравнения Кирхгофа, составленные для исходной схемы

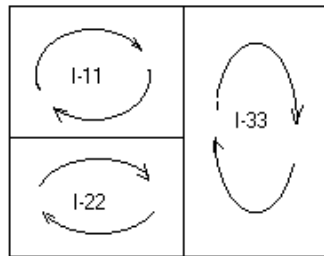
Из 3-го ур-я

$$I_4 := \frac{1}{R_4} \cdot [E_3 - E_1 - I_1 \cdot (R_1 + R_{01}) - I_3 \cdot (R_3 + R_{03})] = \frac{1}{5} \cdot (0 - 2.142 \cdot 4 + 2.268 \cdot 2) = -0.806 \cdot A$$

Из 4-го ур-я $I_5 := I_1 - I_4 = 2.142 + 0.806 = 2.948 \cdot A$

Из 5-го ур-я $I_6 := I_3 - I_4 = -2.268 - 2.948 = -5.216 \cdot A$

4) Составим 3 уравнения по методу контурных токов для исходной схемы



$$\begin{cases} I_{11} \cdot (R_2 + R_{02} + R_6 + R_3 + R_{03}) - I_{22} \cdot (R_3 + R_{03}) - I_{33} \cdot R_6 = E_2 - E_3 \\ -I_{11} \cdot (R_3 + R_{03}) + I_{22} \cdot (R_1 + R_{01} + R_{03} + R_3 + R_4) - I_{33} \cdot R_4 = E_3 - E_1 \\ -I_{11} \cdot R_6 - I_{22} \cdot R_4 + I_{33} \cdot (R_4 + R_5 + R_6) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} I_{11} \cdot 17 - I_{22} \cdot 2 - I_{33} \cdot 9 = 48 \\ -I_{11} \cdot 2 + I_{22} \cdot 11 - I_{33} \cdot 5 = 0 \\ -I_{11} \cdot 9 - I_{22} \cdot 5 + I_{33} \cdot 20 = 0 \end{cases}$$

Решаем по формулам Крамера

Определитель матрицы коэффициентов

$$\Delta := \begin{vmatrix} 17 & -2 & -9 \\ -2 & 11 & -5 \\ -9 & -5 & 20 \end{vmatrix} \quad \Delta = 2164$$

Заменяем в матрице столбец с неизвестными, столбцом свободных членов и вычисляем определители полученных матриц

$$\Delta_{11} := \begin{vmatrix} 48 & -2 & -9 \\ 0 & 11 & -5 \\ 0 & -5 & 20 \end{vmatrix} \quad \Delta_{11} = 9360 \quad I_{11} := \frac{\Delta_{11}}{\Delta} \quad I_{11} = 4.325 \cdot A$$

$$\Delta_{22} := \begin{vmatrix} 17 & 48 & -9 \\ -2 & 0 & -5 \\ -9 & 0 & 20 \end{vmatrix} \quad \Delta_{22} = 4080 \quad I_{22} := \frac{\Delta_{22}}{\Delta} \quad I_{22} = 1.885 \cdot A$$

$$\Delta_{33} := \begin{vmatrix} 17 & -2 & 48 \\ -2 & 11 & 0 \\ -9 & -5 & 0 \end{vmatrix} \quad \Delta_{33} = 5232 \quad I_{33} := \frac{\Delta_{33}}{\Delta} \quad I_{33} = 2.418 \cdot A$$

$$\text{Решение : } I_{11} = 4.325 \text{ A} \quad I_{22} = 1.885 \text{ A} \quad I_{33} = 2.418 \text{ A}$$

Находим токи в ветвях

$$I_1 := I_{22} \quad I_2 := I_{11} \quad I_3 := I_{22} - I_{11}$$

$$I_1 = 1.885 \cdot \text{A} \quad I_2 = 4.325 \cdot \text{A} \quad I_3 = -2.44 \cdot \text{A}$$

$$I_4 := I_{22} - I_{33} \quad I_5 := I_{33} \quad I_6 := I_{33} - I_{11}$$

$$I_4 = -0.532 \cdot \text{A} \quad I_5 = 2.418 \cdot \text{A} \quad I_6 = -1.908 \cdot \text{A}$$

8) Проверим баланс мощностей

а) Мощность выделяемая источниками :

$$P_1 := -I_1 \cdot E1 + I_2 \cdot E2 + I_3 \cdot E3 = -1.885 \cdot 24 + 4.325 \cdot 72 - 2.44 \cdot 24 = 207.6 \cdot \text{Вт}$$

б) Мощность потребляемая схемой :

$$P_2 := I_1^2 \cdot (R1 + R01) + I_2^2 \cdot (R2 + R02) + I_3^2 \cdot (R3 + R03) + I_4^2 \cdot R4 + I_5^2 \cdot R5 + I_6^2 \cdot R6$$

$$= 1.885^2 \cdot 4 + 4.325^2 \cdot 6 + 2.44^2 \cdot 2 + 0.532^2 \cdot 5 + 2.418^2 \cdot 6 + 1.908^2 \cdot 9 = 207.6 \cdot \text{Вт}$$

- совпадение 100%

8) Строим потенциальную диаграмму для внешнего контура.

$$\phi_a := 0 \quad \phi_c := \phi_a + E2 - I_2 \cdot R02 = 0 + 72 - 4.325 \cdot 1 \quad \phi_c = 67.675 \cdot \text{В}$$

$$\phi_d := \phi_c - I_2 \cdot R2 = 67.675 - 4.325 \cdot 5 \quad \phi_d = 46.048 \cdot \text{В}$$

$$\phi_e := \phi_d - I_5 \cdot R5 = 46.048 - 2.418 \cdot 6 \quad \phi_e = 31.542 \cdot \text{В}$$

$$\phi_f := \phi_e - I_1 \cdot R1 = 31.542 - 1.885 \cdot 3 \quad \phi_f = 25.885 \cdot \text{В}$$

$$\phi_a := \phi_f - E1 - I_1 \cdot R01 = 25.885 - 24 - 1.885 \cdot 1 \quad \phi_a := 0$$

