

Задача 8

6 – 8

$a := 0.3 \text{ m}$ $R_p := 4 \text{ МПа}$ $R_c := 9 \text{ МПа}$ точка № 2 - приложение силы

Разбиваем составное сечение на простые фигуры с известными координатами ц.т. и значениями моментов инерции. Для каждой фигуры находим координаты ц.т. в осях ХС1У, площадь и значения моментов инерции относительно собственных осей.

1. Прямоугольник

$$A_1 := 5.4 \cdot a^2 \quad A_1 = 20 \cdot a^2 \quad J_{y1} := \frac{4 \cdot 5^3}{12} \cdot a^4 \quad J_{y1} = 41.667 \cdot a^4 \quad J_{x1} := \frac{4^3 \cdot 5}{12} \cdot a^4 \quad J_{x1} = 26.667 \cdot a^4$$

$$x_1 := 0$$

2. Треугольник: $A_2 := -\frac{3 \cdot 2}{2} \cdot a^2 \quad A_2 = -3 \cdot a^2 \quad J_{y2} := -\frac{2 \cdot 3^3}{36} \cdot a^4 \quad J_{y2} = -1.5 \cdot a^4$

$$J_{x2} := -\frac{3 \cdot 2^3}{48} \cdot a^4 \quad J_{x2} = -0.5 \cdot a^4 \quad x_2 := 0.5 \cdot a \quad x_2 = 0.5 \cdot a$$

находим координаты ц.т. всего сечения, площадь и значения моментов инерции относительно центральных осей.

$$A := A_1 + A_2 \quad A = 17 \cdot a^2$$

$$x_c := \frac{A_1 \cdot x_1 + A_2 \cdot x_2}{A} = \frac{0 + 0.5 \cdot 3}{17} \cdot a \quad x_c = -0.088 \cdot a$$

$$J_{xc} := J_{x1} + J_{x2} = (26.667 - 0.5) \cdot a^4 = 26.167 \cdot a^4 \quad J_{xc} = 0.212 \cdot m^4$$

$$J_{yc} := J_{y1} + J_{y2} + A_1 \cdot (x_1 - x_c)^2 + A_2 \cdot (x_2 - x_c)^2 = a^4 \cdot [41.667 - 1.5 + 20 \cdot 0.088^2 - 3 \cdot (0.5 - 0.088)^2] = 39.813 \cdot a^4$$

$$J_{xc} = 0.212 \cdot m^4$$

Радиусы инерции сечения: $I_{xc} := \sqrt{\frac{J_{xc}}{A}} \quad I_{yc} := \sqrt{\frac{J_{yc}}{A}} \quad I_{xc} = 1.241 \cdot a \quad I_{yc} = 1.52 \cdot a$

$$I_{xc} = 0.372 \cdot m \quad I_{yc} = 0.456 \cdot m$$

Для построения нулевой линии прикладываем силу в точке №2 и находим координаты точек пересечения нулевой линии с центральными осями.

Точка 2: $x_2 := (-2.5 + 0.088) \cdot a \quad x_2 = -2.412 \cdot a \quad y_2 := 2 \cdot a$

$$a_2 := \frac{-I_{yc}^2}{x_2} \quad b_2 := \frac{-I_{xc}^2}{y_2} \quad a_2 = 0.958 \cdot a \quad b_2 = -0.77 \cdot a$$

Для построения ядра сечения огибаем сечение по периметру нулевыми линиями и находим координаты точек пересечения нулевой линии с центральными осями (X_n и Y_n). Затем по известным формулам находим положение точки приложения силы (X_p и Y_p), которое вызывает данную нулевую линию.

Нулевая линия 2-4 $y_n := 2 \cdot a \quad x_n := \infty$

$$y_p := \frac{-I_{xc}^2}{y_n} \quad y_p = -0.77 \cdot a \quad x_p := \frac{-I_{yc}^2}{x_n} \quad x_p = 0 \cdot a$$

Нулевая линия 1-4 $x_n := (2.5 + 0.088) \cdot a \quad x_n = 2.588 \cdot a \quad y_n := \infty$

$$y_p := \frac{-I_{xc}^2}{y_n} \quad y_p = 0 \cdot a \quad x_p := \frac{-I_{yc}^2}{x_n} \quad x_p = -0.893 \cdot a$$

Нулевая линия 5-2 $x_H := -2.412 \text{ a}$ $y_H := \infty$

$$y_p := \frac{-I_{xc}^2}{y_H} \quad y_p = 0 \cdot a \quad x_p := \frac{-I_{yc}^2}{x_H} \quad x_p = 0.958 \cdot a \quad \text{Дополняем симметрично}$$

Наибольшие напряжения будут в точках 1 и 2, наиболее удаленных от нулевой линии.

$$y_1 := -2 \cdot a \quad y_1 = -0.6 \cdot \text{m} \quad x_1 := 2.588 \cdot a \quad x_1 = 0.776 \cdot \text{m}$$

$$A = 1.53 \cdot \text{m}^2 \quad I_{yc} = 0.456 \cdot \text{m}^2 \quad I_{xc} = 0.372 \cdot \text{m}^2$$

$$\sigma_1 := \frac{-P}{A} \cdot \left(1 + \frac{x_1 \cdot x_2}{I_{yc}^2} + \frac{y_1 \cdot y_2}{I_{xc}^2} \right) \quad \sigma_1 = 2.81 \cdot P < R_p = 4 \text{ МПа}$$

$$P := \frac{4}{2.81} \quad P = 1.423 \text{ МН}$$

$$\sigma_2 := \frac{-P}{A} \cdot \left(1 + \frac{x_2^2}{I_{yc}^2} + \frac{y_2^2}{I_{xc}^2} \right) \quad \sigma_2 = -3.998 \cdot P < R_c = 9 \text{ МПа}$$

$$P' := \frac{9}{3.998} \quad P' = 2.251$$

Приняли меньшее из двух $P = 1.423 \text{ МН}$

По формуле $\sigma(x, y) := \frac{-P}{A} \cdot \left(1 + \frac{x \cdot x_2}{I_{yc}^2} + \frac{y \cdot y_2}{I_{xc}^2} \right) \quad \sigma(x, y) := -0.93038 + 3.237 \cdot x - 4.0297 \cdot y$

находим напряжения в точках сечения для построения эпюры напряжений

точка	1	4	2	5	6	7	8
X (м)	0,7764	0,7764	-0,724	-0,724	-0,424	0,1764	0,1764
Y (м)	-0,6	0,6	0,6	-0,6	0	0,3	-0,3
Б (МПа)	4,00	-0,83	-5,69	-0,85	-2,30	-1,57	0,85

